

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACION: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar si es invertible o no y, en caso afirmativo, hallar la matriz inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Consideremos las dos rectas que tienen las siguientes ecuaciones:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 0 \\ z = \mu \end{cases}$$

- (a) (1 punto) Estudiar si las dos rectas se cortan, se cruzan o coinciden.
(b) (1 punto) Calcular un vector directo de cada una de las rectas y estudiar si son perpendiculares.

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

- (a) (1 punto) Hallar los valores del parámetro a para los que la siguiente matriz es inversible:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & a^2 \\ 6 & 2 & a \\ -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (b) (1 punto) Determinar las coordenadas del vector $v = (v_1, v_2, v_3)$ contenido en el plano $x = 0$ que tiene

módulo 2 y de forma que forma con el eje OZ un ángulo α que cumple que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular el valor de la siguiente integral:

$$\int_{-1}^1 (e^{3x} + x) dx$$

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\ln(\sin x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x}).$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación Máxima 2 puntos.

Determinar el valor o valores del parámetro a para los que el sistema siguiente es compatible determinado, compatible indeterminado ó incompatible:

$$\begin{cases} ax + ay & = 3 \\ ax + y - z & = 2 \\ ax + y + z & = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Calificación Máxima 2 puntos.

Consideremos los puntos del espacio $P=(2,0,1)$, $Q=(0,2,1)$, $R=(0,0,2)$ y $S=(-2,2,1)$.

- (a) Calcular la ecuación del plano que pasa por los puntos P , Q y R .
- (b) Demostrar que los cuatro puntos P, Q, R y S no están en el mismo plano.

Ejercicio 3. Calificación Máxima 2 puntos.

Calcular el área del recinto encerrado por las gráficas de las funciones $f(x) = 2$, $g(x) = x^2 - 2$.

Ejercicio 4. Calificación Máxima 2 puntos.

Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcular $C=2A-B^2$.
- (b) Hallar la matriz inversa de A .

Ejercicio 5. Calificación Máxima 2 puntos

Dada la función definida para cada número real del siguiente modo:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^{1/x}}{1+e^{1/x}} & \text{si } x \neq 0, \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Estudiar la continuidad de la función.
- (b) Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$